UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA SEPTIEMBRE 2007

Tiempo disponible:1 h 30 min

Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica. Los errores ortográficos, el desorden, la falta de limpieza en la presentación y la mala redacción, podrán suponer una disminución hasta de un punto en la calificación, salvo casos extremos.

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARA A ESTE EJERCICIO :(véanse las distintas partes del examen)

Instrucciones: Se proponen dos opciones **A** y **B.** Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras; pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán de estar debidamente justificados

OPCIÓN A

A.1.-Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a)(0'5 puntos) Comprobar que **det(A^2) = (det(A))^2**

b)(1 punto) Estudiar si para cualquier matriz $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ de orden 2 se cumple que

det(M^2) = (det(M))^2

c)(1 punto) Encontrar la relación entre los elementos de las matrices **M** cuadradas de orden 2 que satisfacen **det(M + I) = det(M) + det(I)**

A.2.- Sea $\begin{cases} 3x+2 & x<0 \\ x^2+2a\cos(x) & 0 \le x < \pi \\ ax^2+b & x \ge \pi \end{cases}$

a) (1 punto) Estudiar los valores de **a** y **b** para los que la función **f(x)** es continua para todo valor de **x**

b) (0'5 puntos) Determinar la derivada de **f(x)** en el intervalo $(0\,,\,\pi)$

c) (1 punto) Calcular $\int_0^{2\pi} f(x)\,dx$

A.3.- (2'5 puntos) Calcular un polinomio de tercer grado $p(x) = ax^3+bx^2+cx+d$ que satisface:

I) p(0) = 5

II) Tiene un máximo en **x = 1** y un punto de inflexión en **x = 0**

III) $\int_0^1 p(x)\,dx = \frac{9}{4}$

A.4.- (2'5 puntos) Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y+z=0 \\ x-z+4=0 \end{cases}$ $s \equiv x = y+4 = 2z-8$

a) (1'5 puntos) Comprobar que se cortan

b) (1 punto) Hallar el ángulo que forman

OPCIÓN B

B.1. Sean $A=\begin{pmatrix} 0 & \alpha & \beta \\ 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & k & t \\ 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a)(0'5 puntos) Estudiar para que valores de α y β la matriz A tiene inversa

b)(1 punto) Calcular $\mathbf{A^3}$

c)(1 punto) Hallar la matriz inversa de **B**

B.2. (2'5 puntos) Obtener las dimensiones de tres campos cuadrados de modo que:

I) El perímetro del primero de ellos es triple del perímetro del tercero
II) Se necesitan exactamente 1664 metros de valla para vallar los tres campos
III) La suma de las áreas de los tres campos sea la mínima posible

B.3.-a) (1'5 puntos) Utilizando el cambio de variable **t = ln x,** calcular $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x(4-\ln x)}$

b)(1 punto) Calcular $\lim_{x\to 0} \frac{sen\,(4x)\,sen\,(5x)}{\left(x-x^2\right)^2}$

B.4.- Se considera la recta $r \equiv \begin{cases} x+2y=7 \\ y+2z=4 \end{cases}$ y el punto **P(1 , 2 , 3)**

a)(1'5 puntos) Calcular la ecuación del plano π que es perpendicular a la recta **r** y contiene el punto **P**.

b)(1 punto) Estudiar para que valores de **k** los vectores

$\left\{\left(1\,,-2\,,-\frac{1}{2}\right),(0\,,\,k\,,\,0),(0\,,\,0\,,\,2k)\right\}$ son linealmente independientes